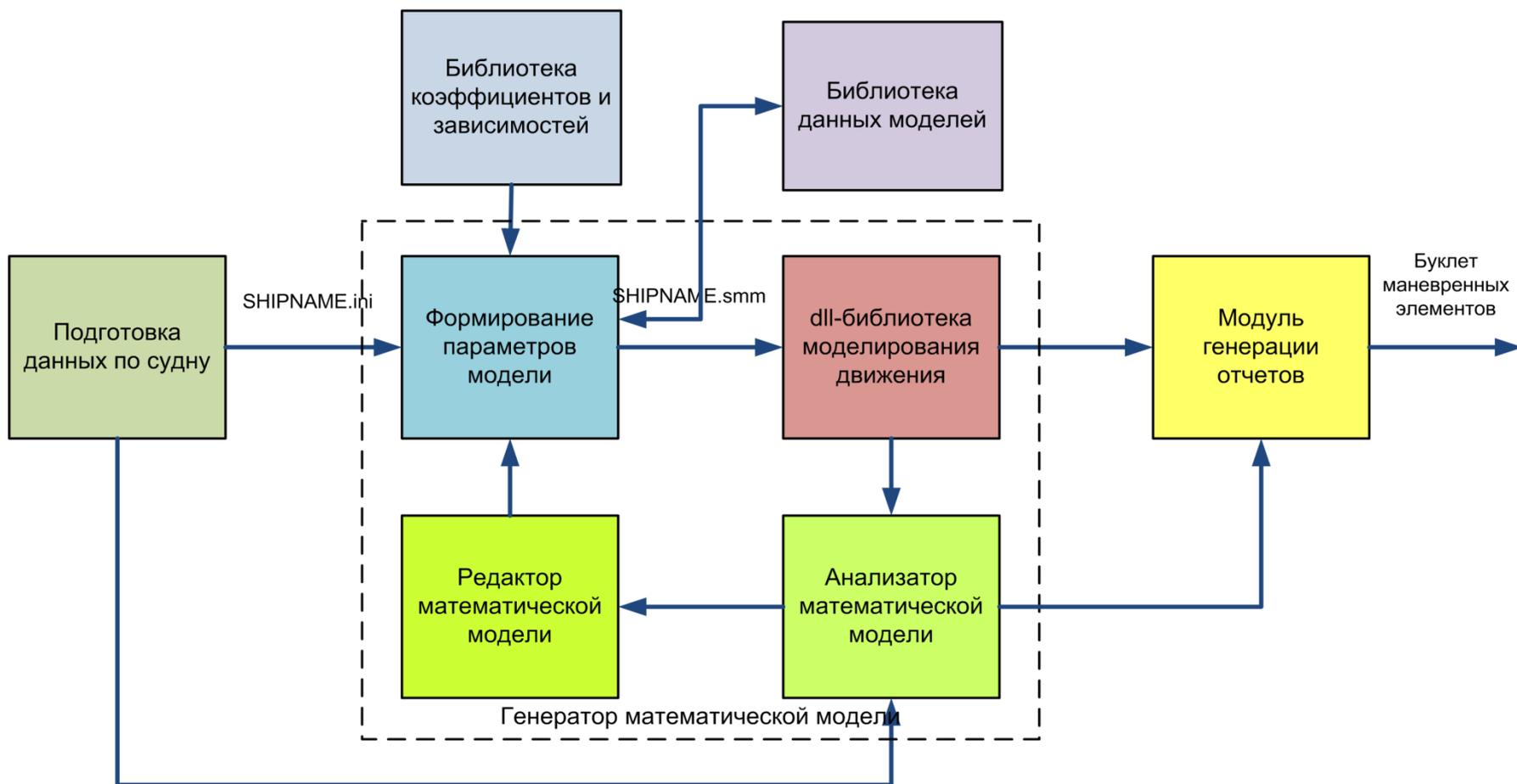


# Математическая модель движения судна

# Назначение

- Математическая модель движения собственного судна для тренажеров управления и маневрирования
- Математическая модель движения судна для стендов исследования и отладки систем автоматического управления движением судна (авторулевые, джойстиковые системы управления, системы динамического позиционирования, системы умерения качки и т.п.)
- Математическая модель в составе программного обеспечения систем автоматического управления движением судна

# Программное обеспечение



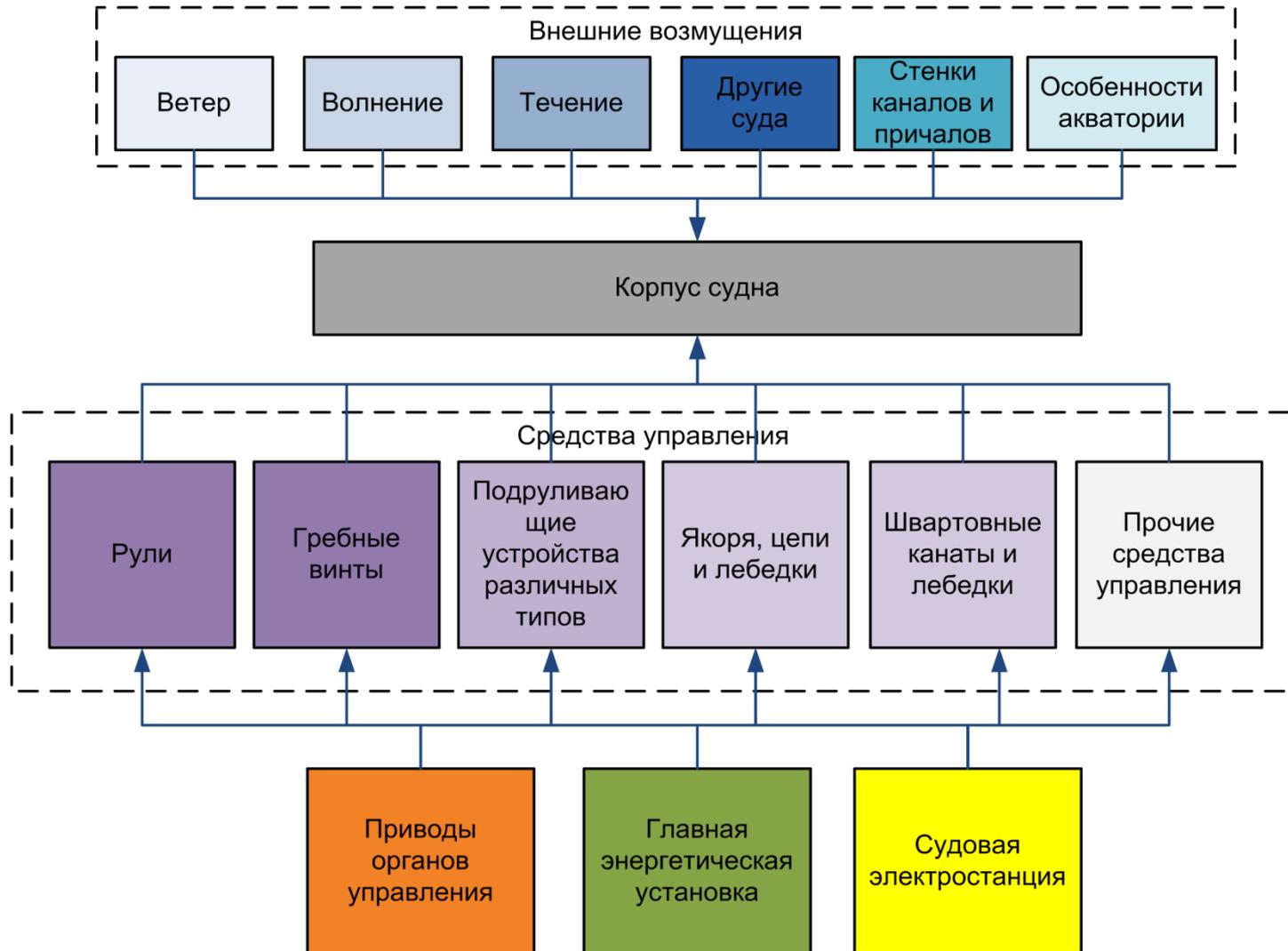
# Программное обеспечение

- Программный комплекс для формирования файла коэффициентов математической модели конкретного судна
- Библиотека моделирования движения судна
- Отладочно-демонстрационный комплекс моделирования движения судна
- Модуль генерации автоматических отчетов

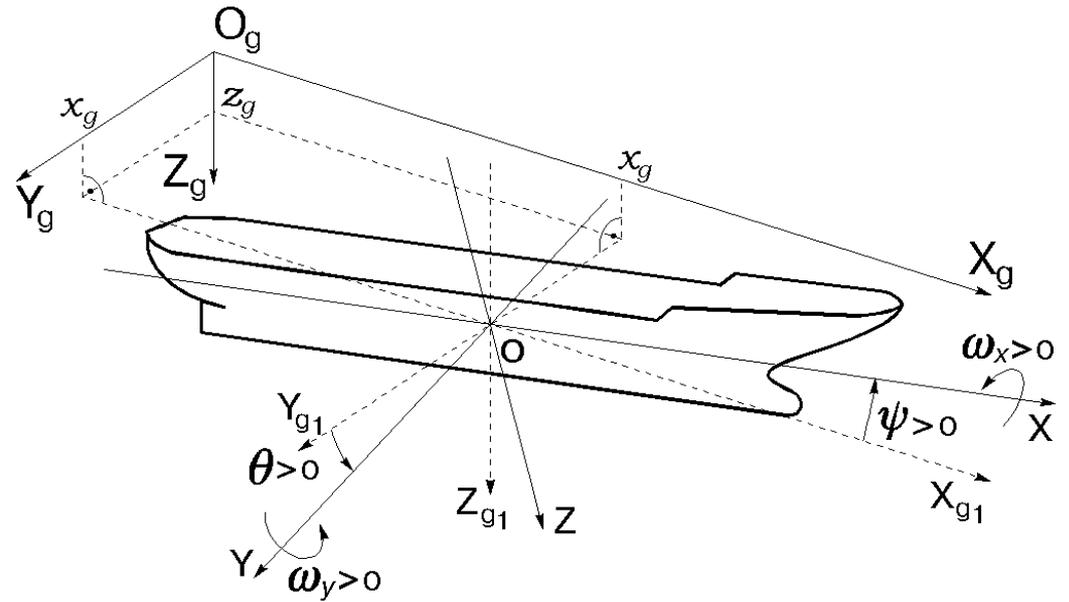
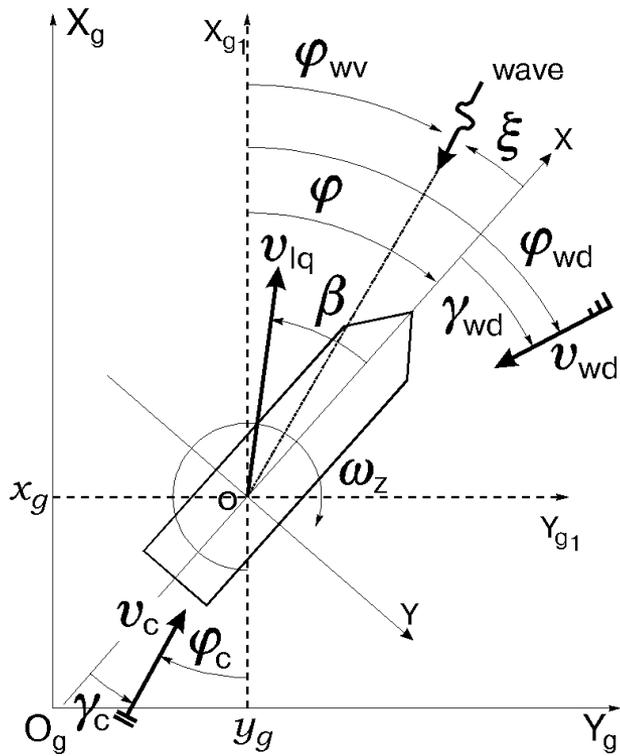
# Библиотека данных

- Библиотека коэффициентов и зависимостей
  - ГДХ судов-прототипов
  - АДХ судов-прототипов
  - Кривые действия винта (серия В)
  - Прочие зависимости и коэффициенты
- Набор данных для конкретного судна

# Структура модели



# Системы координат



# Системы координат

Земная система координат  $O_g X_g Y_g Z_g$ :

- центр  $O_g$  в некоторой неподвижной точке;
- ось  $O_g X_g$  направлена на север и лежит в плоскости, параллельной невозмущенной поверхности воды;
- ось  $O_g Y_g$  направлена на восток и лежит в плоскости параллельной невозмущенной поверхности воды;
- ось  $O_g Z_g$  направлена вниз перпендикулярно невозмущенной поверхности воды.

Связанная система координат  $OXYZ$ :

- центр  $O$  в центре масс судна;
- ось  $OX$  направлена в нос судна, лежит в диаметральной плоскости и параллельна плоскости ватерлинии;
- ось  $OY$  направлена на правый борт, перпендикулярна диаметральной плоскости и параллельна плоскости ватерлинии;
- ось  $OZ$  направлена вниз перпендикулярно плоскости ватерлинии.

# Кинематика пространственного движения. Полная модель

- Угловые скорости

$$\omega_x = \dot{\theta} - \dot{\phi} \sin \psi;$$

$$\omega_y = \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\phi} \cos \psi \sin \theta;$$

$$\omega_z = \dot{\phi} \cos \psi \cos \theta - \dot{\psi} \sin \theta.$$

— ..

$$\dot{x}_g = V_{xg} = V_x \cos \phi \cos \psi + V_y (\sin \theta \cos \phi \sin \psi - \cos \theta \sin \phi) + V_z (\cos \theta \cos \phi \sin \psi + \sin \theta \sin \phi);$$

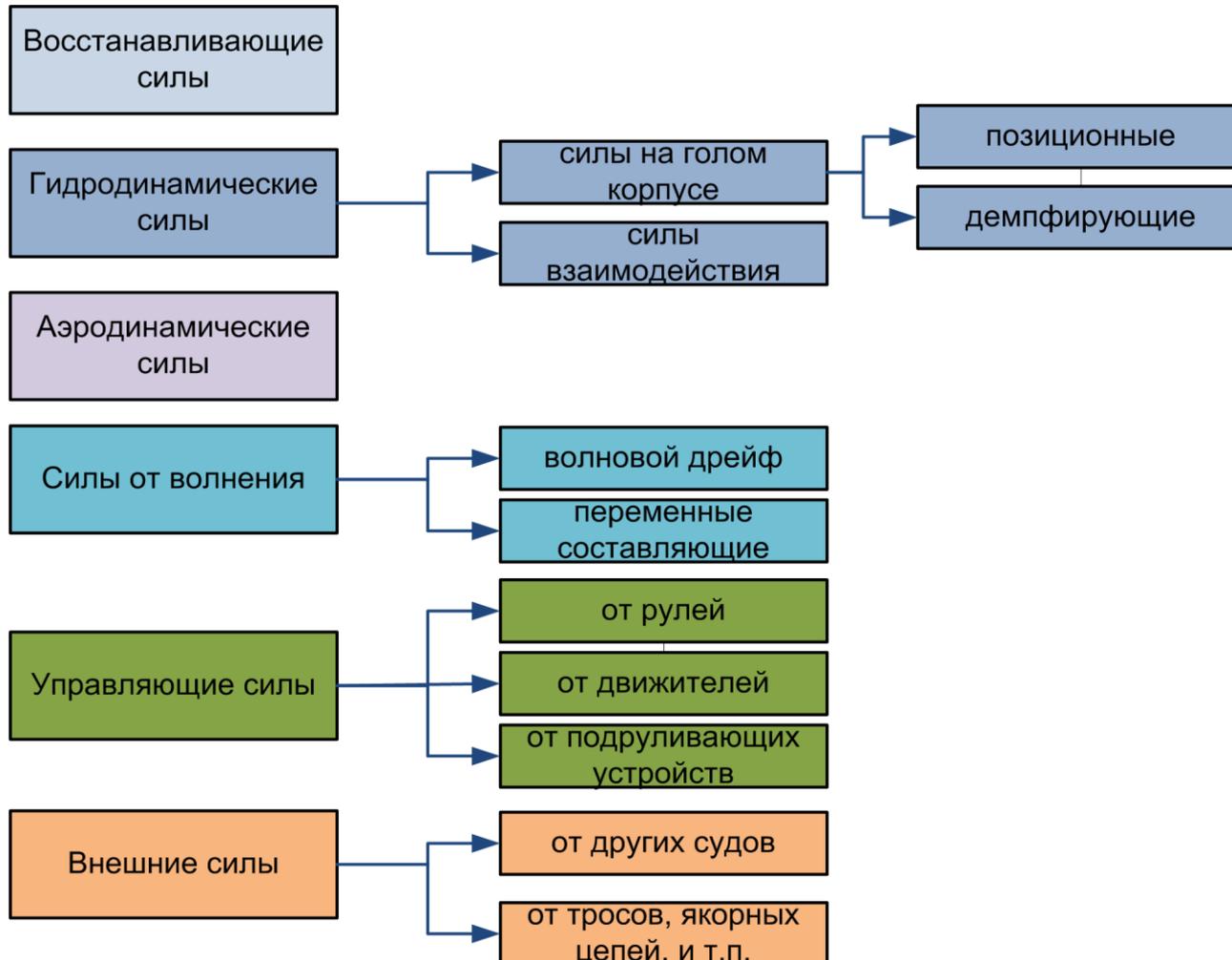
$$\dot{y}_g = V_{yg} = V_x \sin \phi \cos \psi + V_y (\cos \theta \cos \phi + \sin \theta \sin \phi \sin \psi) + V_z (\cos \theta \sin \phi \sin \psi - \sin \theta \cos \phi);$$

$$\dot{z}_g = V_{zg} = V_x (-\sin \psi) + V_y \sin \theta \cos \psi + V_z \cos \theta \cos \psi.$$

# Уравнения пространственного движения. Полная модель

$$\begin{aligned}
 (m + \lambda_{11})\dot{V}_x - (m + \lambda_{22})V_y\omega_z + (m + \lambda_{33})\omega_y V_z &= \sum F_x; \\
 (m + \lambda_{22})\dot{V}_y + (m + \lambda_{11})V_x\omega_z - (m + \lambda_{33})\omega_x V_z &= \sum F_y; \\
 (m + \lambda_{33})\dot{V}_z - (m + \lambda_{11})V_x\omega_y + (m + \lambda_{22})V_y\omega_x &= \sum F_z; \\
 (J_x + \lambda_{44})\dot{\omega}_x + [(J_z + \lambda_{66}) - (J_y + \lambda_{55})]\omega_y\omega_z + (\lambda_{33} - \lambda_{22})V_y V_z &= \sum M_x; \\
 (J_y + \lambda_{55})\dot{\omega}_y + [(J_x + \lambda_{44}) - (J_z + \lambda_{66})]\omega_x\omega_z + (\lambda_{11} - \lambda_{33})V_x V_z &= \sum M_y; \\
 (J_z + \lambda_{66})\dot{\omega}_z + [(J_y + \lambda_{55}) - (J_x + \lambda_{44})]\omega_x\omega_y + (\lambda_{22} - \lambda_{11})V_x V_y &= \sum M_z.
 \end{aligned}$$

# Силы и моменты



# Суммарные силы

$$\sum F_x = T_e + F_{xH} + F_{xA} + F_{xC} + F_{xR} + F_{xW} + F_{xEXT};$$

$$\sum F_y = F_{yH} + F_{yA} + F_{yC} + F_{yR} + F_{yP} + F_{yTHR} + F_{yW} + F_{yEXT};$$

$$\sum F_z = F_{zH} + F_{zC} + F_{zW} + F_{zEXT};$$

$$\sum M_x = M_{xH} + M_{xA} + M_{xC} + M_{xR} + M_{xTHR} + M_{xW} + M_{xEXT};$$

$$\sum M_y = M_{yH} + M_{yC} + M_{yW} + M_{yEXT};$$

$$\sum M_z = M_{zH} + M_{zA} + M_{zC} + M_{zR} + M_{zP} + M_{zTHR} + M_{zW} + M_{zEXT},$$

где  $T_e$  - тяга двигателей,

$F_{xH}, F_{yH}, F_{zH}, M_{xH}, M_{yH}, M_{zH}$  - гидродинамические силы и моменты;

$F_{xA}, F_{yA}, M_{xA}, M_{zA}$  - аэродинамические силы и моменты;

$F_{xC}, F_{yC}, F_{zC}, M_{xC}, M_{yC}, M_{zC}$  - силы и моменты от течения;

$F_{xR}, F_{yR}, M_{xR}, M_{zR}$  - силы и моменты от руля;

$F_{xTHR}, F_{yTHR}, M_{xTHR}, M_{zTHR}$  - силы и моменты от подруливающих устройств;

$F_{yP}, M_{zP}$  - боковая сила и момент от двигателей;

$F_{xW}, F_{yW}, F_{zW}, M_{xW}, M_{yW}, M_{zW}$  - силы и моменты от волнения;

$F_{xEXT}, F_{yEXT}, F_{zEXT}, M_{xEXT}, M_{yEXT}, M_{zEXT}$  - внешние силы и моменты (включают в себя силы взаимодействия с другими судами, силы от якорей и т.п.)

# Гидродинамические силы

$$F_{xH} = C_{xH} \frac{\rho}{2} A_{\sigma} (v^2 + L^2 \omega_z^2);$$

$$F_{yH} = C_{yH} \frac{\rho}{2} A_{\sigma} (v^2 + L^2 \omega_z^2);$$

$$F_{zH} = -\left\{ \nu_{33} \dot{z} + \gamma S z + \lambda_{33} V \dot{\psi} + v \nu_{33} \psi \right\};$$

$$M_{xH} = -(z_g - z_H) F_{yH} - \left\{ 2N_{\theta} \dot{\theta} + mgh\theta \right\};$$

$$M_{yH} = -\left\{ \left( \nu_{55} + \frac{V^2}{\sigma^2} \nu_{33} \right) \dot{\psi} + (mgH - \lambda_{33} V^2) \psi \right\};$$

$$M_{zH} = C_{mzH} \frac{\rho}{2} A_{\sigma} L (V^2 + L^2 \omega_z^2),$$

# Особенности гидродинамических коэффициентов

$$C_{xH} = C_{xH}(V, \beta, \Omega);$$

$$C_{yH} = C_{yH}(\beta, \Omega);$$

$$C_{mzH} = C_{mzH}(\beta, \Omega);$$

$$\beta \in [-180^\circ, 180^\circ], \quad \Omega \in [-1, 1].$$

$$\Omega = L\omega_z / \sqrt{L^2\omega_z^2 + v^2},$$

$$C_{xH}(\beta, \Omega) = C_{xp}(V, \beta)(1 - \Omega^2),$$

$$C_{yH}(\beta, \Omega) = (C_{yp}(\beta) + C_{yd}(\beta, \Omega))(1 - \Omega^2),$$

$$C_{mzH}(\beta, \Omega) = C_{mp}(\beta)(1 - \Omega^2) + C_{md}(\beta, \Omega).$$

# Влияние мелководья

$$C_{xp} = C_{xp}^{\infty} K_{xp}^{\bar{H}},$$

$$C_{yp} = C_{yp}^{\infty} K_{yp}^{\bar{H}}; C_{yd} = C_{yd}^{\infty} K_{yd}^{\bar{H}};$$

$$C_{mp} = C_{mp}^{\infty} K_{mp}^{\bar{H}}; C_{md} = C_{md}^{\infty} K_{md}^{\bar{H}}.$$

$$\lambda_{11} = \lambda_{11}^{\infty} K_{\lambda_{11}}^{\bar{H}}, \lambda_{22} = \lambda_{22}^{\infty} K_{\lambda_{22}}^{\bar{H}}, \lambda_{66} = \lambda_{66}^{\infty} K_{\lambda_{66}}^{\bar{H}}.$$

# Силы от движительно-рулевого

## комплекса Винт

$$T_e = \rho n^2 D^4 (1 - \bar{t}) K_1(\lambda_P);$$

$$F_{yP} = \rho n^2 D_P^4 K_y;$$

$$M_{zP} = F_{yP} l_{xP};$$

$$Q_P = \rho n^2 D^5 K_2(\lambda_P).$$

$$M_{zP} = \sum_{i=1}^2 F_{yPi} l_{xPi} + T_{ei} l_{yPi}.$$

$$\lambda_P = \frac{v_P (1 - W)}{nD},$$

# Силы и моменты от движительно-рулевого комплекса. Руль

$$F_{xR} = C_{xR} \frac{\rho V_R^2}{2} A_R;$$

$$F_{yR} = C_{yR} \frac{\rho V_R^2}{2} A_R;$$

$$M_{zR} = -F_{yR} l_{xR}.$$

$$M_{xR} = -(z_g - z_R) F_{yR}.$$

$$V_R = V_R(A_{R0}, A_{RP}, W_{R0}, W_{RP}, C_T, D).$$

$$C_{xR} = C_{xR}(\delta_R).$$

$$C_{yR} = C_{yR}(\beta, \Omega, \delta, C_T).$$

$$C_T = \frac{T}{\frac{\pi D_P^2}{4} \frac{\rho v_P^2}{2}}.$$

# Силы от средств активного управления. Подруливающие устройства

$$F_{yTHR} = T_0 K_Y(\beta, V_{THR}, V);$$

$$M_{zTHR} = l_{xTHR} T_0 K_M(\beta, V_{THR}, V);$$

$$M_{xTHR} = -(z_g - z_{THR}) F_{yTHR},$$

# Стохастическая модель двумерного нерегулярного волнения

## Достоинства

- Позволяет оценить спектральные характеристики выхода линейной модели – идеальна для синтеза
- Удобна для численного моделирования

## Недостатки

- Не учитывает корреляцию между компонентами

## Достижения

- Предлагается способ моделирования при маневрировании

$$X_w(t) = k_x mg \Psi_\gamma(t),$$

$$Y_w(t) = k_y mg \Theta_\gamma(t),$$

$$M_w(t) = k_y I_z \omega_m \cos \xi \dot{\Theta}_\gamma(t)$$

$$S_{\Psi_\gamma}(\omega) = \kappa_x^2(\omega) S_\gamma(\omega) \cos^2 \xi,$$

$$S_{\Theta_\gamma}(\omega) = \kappa_y^2(\omega) S_\gamma(\omega) \sin^2 \xi,$$

$$S_{\dot{\Theta}_\gamma}(\omega) = \kappa_y^2(\omega) \omega^2 S_\gamma(\omega) \sin^2 \xi.$$

$$\dot{x}_\Psi(t) = A_\Psi x_\Psi(t) + B_\Psi w(t),$$

$$\dot{x}_\Theta(t) = A_\Theta x_\Theta(t) + B_\Theta w(t),$$

$$x(t_{k+1}) = A_d x(t_k) + L \eta(t_k),$$

# Стохастическая модель.

## Силы и моменты

Спектры сил и моментов

$$S_{xx}(\sigma, \xi) = (mg)^2 S_r(\sigma) \frac{\sigma^4}{g^2} \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \kappa_x^2(\sigma, \xi, \zeta) \cos^2 \xi \cos^2 \zeta d\zeta,$$

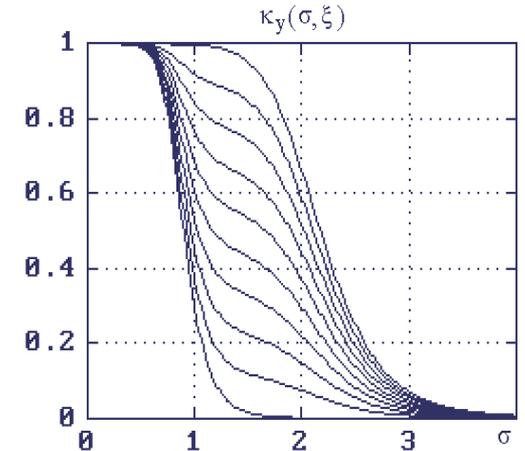
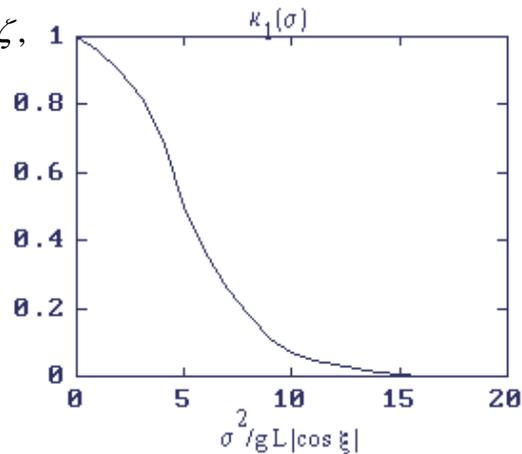
$$S_{yy}(\sigma, \xi) = (mg)^2 S_r(\sigma) \frac{\sigma^4}{g^2} \exp\left(-\frac{2\sigma^2}{g} z_c\right) (1+k_{22})^2 \frac{2}{\pi} \times \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \kappa_y(\sigma, \xi) \sin^2(\xi - \zeta) \cos^2 \zeta d\zeta,$$

$$S_{mm}(\sigma, \xi) = I_z^2 \sigma^4 S_r(\sigma) \frac{\sigma^4}{g^2} \exp\left(-\frac{2\sigma^2}{g} z_c\right) \times (1+k_{66})^2 \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \kappa_m^2(\sigma, \xi) \sin^2(\xi - \zeta) \cos^2(\xi - \zeta) \cos^2 \zeta d\zeta,$$

$$\kappa_y = (1+k_{22}) \kappa_1 \exp\left(-\frac{2\sigma^2}{g} z_c\right);$$

$$\kappa_m = (1+k_{66}) \kappa_2 \exp\left(-\frac{2\sigma^2}{g} z_c\right)$$

Редукционные коэффициенты



$$S_{xx}(\sigma, \xi) = (mg)^2 \kappa_x^2(\sigma, \xi) S_r(\sigma) \cos^2 \xi,$$

$$S_{yy}(\sigma, \xi) = (mg)^2 \kappa_y^2(\sigma, \xi) S_r(\sigma) \sin^2 \xi,$$

$$S_{mm}(\sigma, \xi) = I_z^2 \sigma^4 \kappa_y^2(\sigma, \xi) S_r(\sigma) \sin^2 \xi \cos^2 \xi,$$

# Полигармоническая модель трехмерного нерегулярного волнения

## Достоинства

- Позволяет учесть пространственную и временную корреляцию
- Удобна для численного моделирования

$$\eta(x, z, t) = \sum_{i=1}^N \eta_i(x, z, t)$$

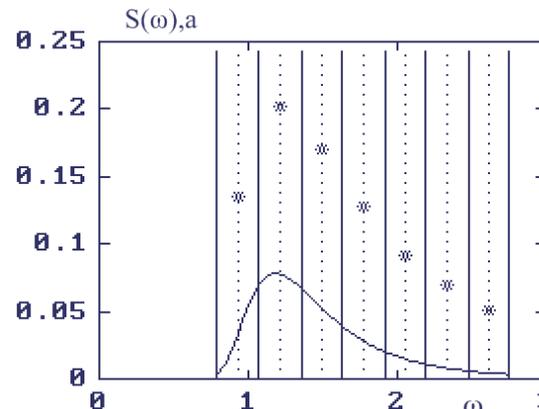
$$\eta_i(x, z, t) = a_i \sin(k_{xi}x + k_{zi}z - \sigma_i t + \varphi_i)$$

## Недостатки

- Сложность выбора набора частот, возможны резонансы и биения

## Достижения

- Предлагается способ выбора частот (разбиения спектра)
- Предлагается способ моделирования при маневрировании



Расчет спектра  $S_\eta(\sigma, \chi)$

Определение направлений  $\chi_j (j=1..N_\chi)$

разбиение  $\Phi(\chi), \chi \in [-\pi/2, \pi/2]$

Определение для  $\chi_j$  одномерного спектра

$$S_j(\sigma) = \int_{\Delta\chi_j} S(\sigma, \chi) d\chi$$

$$\int_{\sigma_j}^{\sigma_{j+1}} S_j(\sigma) d\sigma = 0.5a_i^2 \quad N = \sum_{j=1}^{N_j} N_{j\sigma}$$